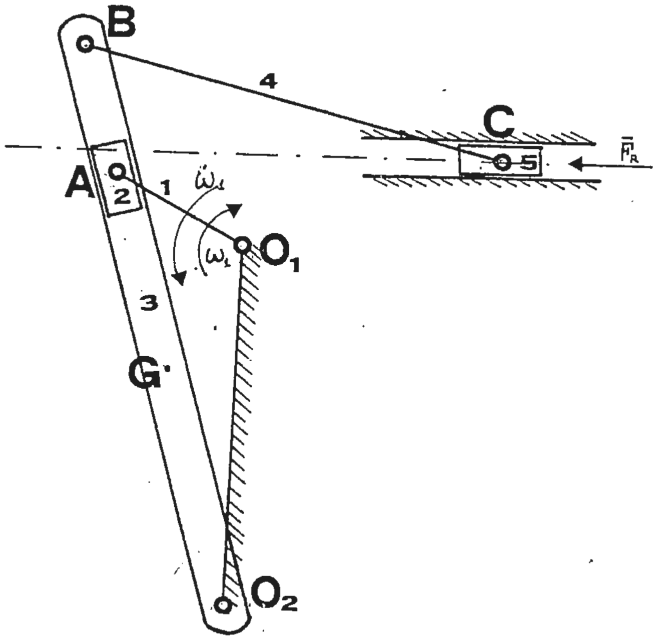


scala 1:10

$\omega_1 = 1$ rad/s

$\dot{\omega}_1 = 2$ rad/s^2

$J_{3G} = 30$ Kg·m^2

$F_R = 400$ N

$m_3 = 20$ Kg

Dato il meccanismo in figura si calcoli :

- il numero di gradi di liberta`
- il momento da applicare alla manovella O_1A affinche` sia rispettata la legge del moto assegnata in presenza della forza resistente $\bar{F}_R$ applicata al corsoio in D.

Calcolo del numero di gradi di liberta'

Il sistema e' composto da cinque elementi piu' il telaio, quindi non vincolato, nel piano, e' descrivibile assegnando $3 \cdot 5$ parametri lagrangiani. I membri sono collegati attraverso 5 coppie rotoidali e 2 coppie prismatiche, in totale 7 vincoli che tolgono 2 gradi di liberta' ognuno. Notato che i vincoli sono ben disposti si ottiene $(3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1)$ solo una unica labilita' del sistema.

Ricerca del momento motore (M_M)

Dal teorema delle forze vive si ha che:

$$L_M + L_R + L_p = \Delta E_c$$

da cui derivando:

$$W_M + W_R + W_p = \frac{d E_c}{dt}$$

dove, nel nostro caso, trascurata W_p si ha:

$$W_m = \bar{M}_M \times \bar{\omega}_1 \qquad ; \qquad W_R = \bar{F}_R \times \bar{v}_C + m_3\bar{g} \times \bar{v}_G$$

trascurata l'energia spesa per le altre masse.

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\tfrac{1}{2} J_{3O_2}\,\omega_3^2 \right) = J_{3O_2}\,\bar{\omega}_3 \times \bar{\dot{\omega}}_3$$

le incognite da calcolare sono quindi :

$\bar{V}_C$, $\bar{V}_G$, $\bar{\omega}_3$, $\bar{\dot{\omega}}_3$.

$\bar{V}_A = \bar{\omega}_1 \wedge (A-O_1) = (0.19 \ \ m/s)\,\bar{\tau}$ $\qquad (\overline{AO_1} = 0.19 \ \ m)$

considerando A come appartenente al membro 3 avremo

che la sua velocita' relativa $\bar{V}_r$ sara' :

$\underline{\bar{V}_r} = \underline{\underline{\bar{V}_A}} - \underline{\bar{V}_t}$

che risolta graficamente (FIG. 1) mi da $\bar{V}_r$ e $\bar{V}_t$.

$|\bar{V}_r| = 0.13 \ \ m/s$; $|\bar{V}_t| = 0.13 \ m/s$

conosciuta la velocita' di trascinamento $\bar{V}_t$ possiamo ricavare la

velocita' angolare ω_3 :

$\omega_3 = \frac{V_t}{\overline{AO_2}} = 0.22 \ \ rad/s$ $\qquad (\overline{AO_2} = 0.59 \ \ m)$

ed a questo punto conosciamo $\bar{V}_G$:

$\bar{V}_G = \omega_3 \wedge (G-O_2) = (0.07 \ \ m/s)\,\bar{\tau}$ $\qquad (\overline{GO_2} = 0.32 \ m)$

$\bar{V}_B = \omega_3 \wedge (B-O_2) = (0.16 \ \ m/s)\,\bar{\tau}$ $\qquad (\overline{BO_2} = 0.76 \ m)$

infine troviamo graficamente (FIG.2) $\bar{V}_C$ dalla relazione :

$\underline{\bar{V}_C} = \underline{\underline{\bar{V}_B}} + \underline{\bar{V}_{CB}}$

$V_C = 0.15 \ \ m/s$

andiamo ora alla ricerca dell' ultimo dato che manca, la $\dot{\omega}_3$.

Un modo per calcolarla e' quello di trovare l'accelerazione di trascinamento tangenziale in A e poi dividere questa per la distanza $\overline{AO_2}$, infatti $\dot{\omega}_3 = \frac{a_{tT}}{\overline{AO_2}}$.

Si tratta di un problema di moti relativi.

$a_{AN} = \omega_1^2 \overline{AO_1} = 0.19 \quad m/s^2$

$a_{AT} = \dot{\omega}_1 \wedge (A - O_1) = (0.38 \quad m/s^2) \bar{\tau}$

$a_A = \sqrt{a_{AN}^2 + a_{AT}^2} = 0.42 \quad m/s^2$

dall'equazione sui moti relativi abbiamo che :

$$\bar{a}_A = \bar{a}_r + \bar{a}_t + \bar{a}_c = \bar{a}_r + \bar{a}_{tT} + \bar{a}_{tN} + \bar{a}_c$$

dove oltre ad $\bar{a}_A$ conosciamo :

$a_{tN} = \omega_3^2 \overline{AO_2} = 0.03 \quad m/s^2$

$a_c = |2\bar{\omega}_3 \wedge \bar{v}_r| = 0.06 \quad m/s^2$

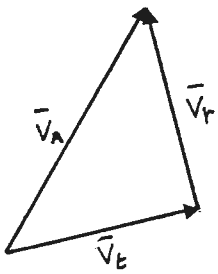
conosciamo ancora la direzione di a_r (la retta che contiene $\overline{AO_2}$) e quella di a_{tT} (normale a quest'ultima). Il problema e' risolubile graficamente (Fig. 3). Da cui :

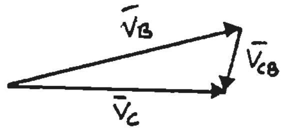
$a_{tT} = 0.19 \quad m/s^2$

$\dot{\omega}_3 = \frac{a_{tT}}{AO_2} = 0.32 \quad rad/s^2$

1 cm = 0.05 m/s

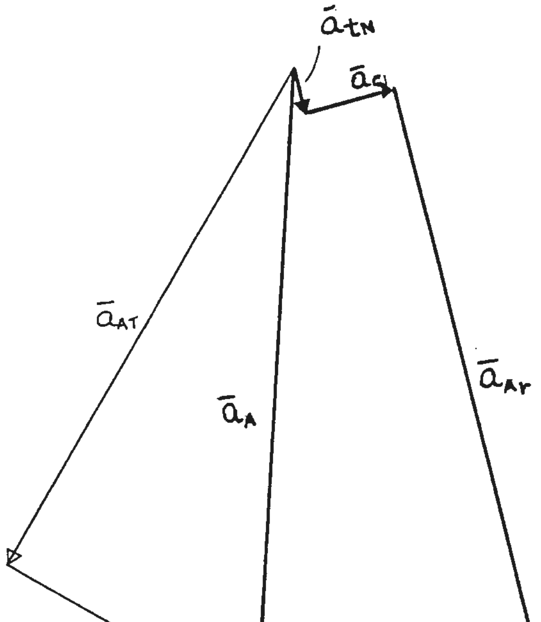
FIG. 1





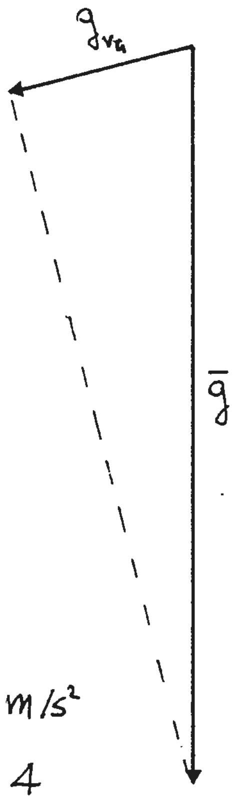
1 cm = 0.05 m/s

FIG. 2



1 cm = 0.05 m/s^2

FIG. 3



1 cm = 1 m/s^2

FIG. 4

Conosciuto il componente di $\bar{g}$ lungo la direzione di $\bar{V}_G$ (FIG.4), e tenuto conto dei versi si ha :

$$W_R = \bar{F}_R \times \bar{v}_C + m_3 \bar{g} \times \bar{v}_G = -F_R \cdot v_C - m_3 g_{v_G} \cdot v_G = -63.50 \quad W$$

Dal teorema di Huygens abbiamo :

$$J_{3O_2} = J_{3G} + m_3 \overline{GO_2}^2 = 32.05 \quad Kg \cdot m^2$$

considerando che i versi di ω_3 e $\dot{\omega}_3$ sono discordi :

$$\frac{dE_c}{dt} = J_{3O_2} \bar{\omega}_3 \times \bar{\dot{\omega}}_3 = -2.25 \quad W$$

da cui :

$$M_M \cdot \omega_1 + W_R = \frac{dE_c}{dt}$$

$$M_M = \frac{\frac{dE_c}{dt} - W_R}{\omega_1} = \frac{-2.25 + 63.50}{1} = 61.25 \quad Nm$$